S. 116 Nr. 8a)

$$f_t(x) = -\frac{2x}{t} \cdot e^{t-x} \quad ; \quad t > 0 \; ; \quad x \in \mathbb{R}$$

Symmetrie

$$f_t(-x) = \frac{-2 \cdot (-x)}{t} \cdot e^{t-(-x)} = \frac{2x}{t} \cdot e^{t+x} \neq f_t(x)$$

$$-f_t(-x) = -\frac{2x}{t} \cdot e^{t+x} \neq f_t(x)$$

also weder achsensymmetrisch zur y-Achse noch punktsymmetrisch zum Ursprung

Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen

$$f_t(0) = -\frac{2 \cdot 0}{t} \cdot e^{t-0} = 0 \cdot e^t = 0$$

$\rightarrow$ Schnittpunkt mit der y-Achse: (0/0)

NST: $f_t(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2x}{t} \cdot \underbrace{e^{t-x}}_{>0 \text{ für alle } x \in \mathbb{R}} = 0$

$$\Leftrightarrow -\frac{2x}{t} = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$\rightarrow$ (einziger) Schnittpunkt mit der x-Achse: (0/0)

Verhalten für $|x| \rightarrow \infty$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{-2x}{t} \cdot \underbrace{e^{t-x}}_{\to 0} = 0$$

also für $x \rightarrow \infty$ (waagrechte) Asymptote $y = 0$

$$\lim_{x \to -\infty} \underbrace{\frac{-2x}{t}}_{\to +\infty} \cdot \underbrace{e^{t-x}}_{\to +\infty} = +\infty$$

Ableitungen

$$f_t'(x) = -\frac{2}{t} \cdot e^{t-x} + -\frac{2x}{t} \cdot e^{t-x} \cdot (-1)$$

$$= \frac{2}{t} \cdot e^{t-x} \cdot (x-1)$$

$$f_t''(x) = \frac{2}{t} \cdot \left[e^{t-x} \cdot (-1) \cdot (x-1) + e^{t-x} \cdot 1 \right]$$

$$= \frac{2}{t} \cdot e^{t-x} \cdot (1-x+1)$$

$$= \frac{2}{t} \cdot e^{t-x} \cdot (2-x)$$

$$f_t'''(x) = \frac{2}{t} \cdot \left[e^{t-x} \cdot (-1)(2-x) + e^{t-x} \cdot (-1) \right]$$

$$= \frac{2}{t} \cdot e^{t-x} \cdot (x-2-1)$$

$$= \frac{2}{t} \cdot e^{t-x} \cdot (x-3)$$

Extrema

Notw. Krit. $f_t'(x) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{\frac{2}{t} \cdot e^{t-x}}_{>0 \text{ für alle } x \in \mathbb{R}} \cdot (x-1) = 0$

$\Leftrightarrow x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 1$

Hinr. Krit. $f_t''(x) \gtrless 0$: $f_t''(1) = \frac{2}{t} \cdot e^{t-1} \cdot (2-1) > 0$

$\Rightarrow TP$

y-Koordinate: $f_t(1) = -\frac{2 \cdot 1}{t} \cdot e^{t-1} = -\frac{2}{t} \cdot e^{t-1}$

also Tiefpunkt $(1 \mid -\frac{2}{t} \cdot e^{t-1})$

Wendepunkte

Notw. Krit.: $f_t''(x) = 0$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{2}{t} \cdot e^{t-x}}_{>0 \text{ für alle } x \in \mathbb{R}} \cdot (2-x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2 - x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2 = x$$

Hinr. Krit.: $f_t'''(x) \neq 0$

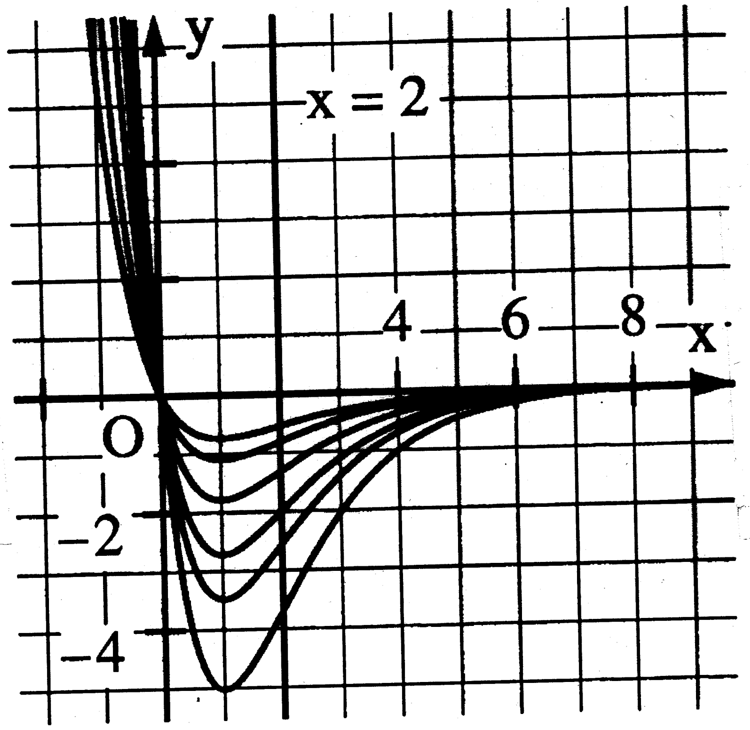
$$f_t'''(2) = \underbrace{\frac{2}{t} \cdot e^{t-3}}_{>0} \text{ und } \underbrace{\cdot (2-3)}_{<0} < 0, \text{ denn:}$$

$\Rightarrow$ WP!

y-Koordinate: $f_t(2) = \frac{-2 \cdot 2}{t} e^{t-2} = \frac{-4}{t} e^{t-2}$

also Wendepunkt $\left(2 \mid -\frac{4}{t} e^{t-2}\right)$

(ausgewählte) Graphen



Ortslinie der Wendepunkte: $x = 2$